www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت **شهریورماه سال ۱۳۸۲**		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در هر نامساوی مجموعه جواب x را روی محور مشخص کنید . الف) $\lvert 3x-1\rvert<3$ ب) $\lvert 2x-5\rvert>3$	۱
۲	آیا توابع روبرو با هم مساویند ؟ چرا ؟ $g(x)=\sqrt{x(x-2)}$ $f(x)=\sqrt{x}\times\sqrt{x-2}$	۱
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sin x$ و $g(x)=x^3+x$ مفروضند . اولا : دامنه و ضابطه تابع fog را تعیین کنید . ثانیا : زوج یا فرد بودن تابع fog را بررسی کنید .	۱
٤	باقیمانده تقسیم چند جمله ای f(x) بر $x+1$ و $x-1$ به ترتیب ۱و۳ می باشد باقیمانده تقسیم f(x) رابر x^2-1 بدست آورید.	۱
۵	درستی تساوی روبرو را ثابت کنید . $\frac{\cos 2x-\cos 4x}{\cos 2x+\cos 4x}=\tan x\tan 3x$	۱
٦	مقدار a را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x)=a[x]+[x+1]$ درنقطه $x_0=-1$ حد داشته باشد .	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید . الف) $\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^5-3x-8}{x^6-9x+2}$ ب) $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ ج) $\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{x^2+9}+\frac{x^2+x}{x}\right)$ د) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$ هـ) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos x}{1-\sin x}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+x$ در صورت وجود بنویسید .	۰/۷۵
۹	مقادیر a,b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x)=\begin{cases}[3x]+b & x<1\\ 2ax+1 & x=1\\ \frac{x^2-1}{1-x} & x>1\end{cases}$ در $x_0=1$ پیوسته باشد. ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱

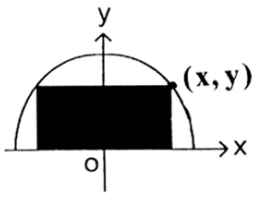
ادامه سؤالات در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**	مدت امتحان: **۱۵۰ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/ ۰۲	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت **شهریورماه سال ۱۳۸۲**		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه	

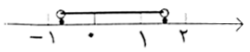
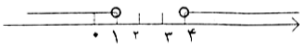
۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \sqrt[5]{x^3 + 2x}$ ب) $y = (3x-4)(2-5x)^4$ ج) $y = 2\sin^3 x + \cos 4x$	۱/۷۵
۱۱	از نقطه $O\begin{vmatrix}\circ\\ \circ\end{vmatrix}$ دو مماس بر منحنی $y = x^2 + 2$ رسم شده است . معادله خطوط مماس را بنویسید .	۱/۵
۱۲	اگر منحنی تابع به معادله $y = ax + b + \frac{2x^2}{x-4}$ تبدیل به تابع هموگرافیک شود و مرکز تقارن منحنی روی خط به معادله $y = 2x$ باشد مقادیر a و b را بیابید.	۱
۱۳	تابع درجه سوم $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است. ضرایب a و b و c و d را طوری بیایید که نقطه $M(0,2)$ اکسترمم منحنی تابع و $F(1,0)$ مرکز تقارن آن باشد.	۱/۲۵
۱۴	معادله مثلثاتی روبرو را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید . $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc sin}\sqrt{x-1}$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۶	نیمدایره ای به شعاع $\sqrt{5}$ مفروض است. مطابق شکل زیر مستطیلی در آن محاط می کنیم ابعاد مستطیل را چنان بیابید که محیط مستطیل ماکزیمم باشد. 	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = [x] + [-x]$ را رسم کنید سپس $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$ را محاسبه کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید »	جمع نمرات ۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\lvert ۳x-۱\rvert < ۳ \rightarrow -۳ < ۳x-۱ < ۳ \rightarrow -۲ < ۳x < ۴ \rightarrow -\frac{۲}{۳} < x < \frac{۴}{۳}$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵) $\lvert ۲x-۵\rvert > ۳ \rightarrow \begin{cases} ۲x-۵ > ۳ \rightarrow x > ۴ \\ ۲x-۵ < -۳ \rightarrow x < ۱ \end{cases}$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵)
۲	$D_f : x \geq ۰, x-۲ \geq ۰ \rightarrow D_f = [۲,+\infty)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_f \neq D_g$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f \neq g$ (۰/۲۵) مساوی نیستند $D_g : x(x-۲) \geq ۰ \rightarrow D_g = (-\infty,۰] \cup [۲,+\infty)$ (۰/۲۵)
۳	$(fog)(x) = Sin(x^۲ + x)$ (۰/۲۵) $D_{fog} = R$ (۰/۲۵) $(fog)(-x) = Sin\left((-x)^۲ + (-x)\right) = -Sin(x^۲ + x) = -fog(x)$ (۰/۲۵) fog فرد است (۰/۲۵)
۴	$f(x) = (x^۲ - ۱)Q(x) + ax + b \quad f(-۱) = ۱, \quad f(۱) = ۳ \rightarrow \begin{cases} -a+b = ۱ \\ a+b = ۳ \end{cases}$ (۰/۵) $\rightarrow a = ۱, b = ۲$ (۰/۲۵) $R(x) = x + ۲$ (۰/۲۵)
۵	$\frac{Cos ۲x - Cos ۴x}{Cos ۲x + Cos ۴x} = \frac{-۲Sin\left(\frac{۲x+۴x}{۲}\right)Sin\left(\frac{۲x-۴x}{۲}\right)}{۲Cos\frac{۲x+۴x}{۲}Cos\frac{۲x-۴x}{۲}} \overset{(۰/۲۵)}{=} \frac{Sin ۳x Sin x}{Cos ۳x Cos x} \overset{(۰/۲۵)}{=} tan ۳x \times tan x$ (۰/۲۵)
۶	$\lim_{x\to(-۱)^-} f(x) = \lim_{x\to(-۱)^-} \left(a[x] + [x+۱]\right) = -۲a - ۱$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to(-۱)^+} f(x) = \lim_{x\to(-۱)^+} \left(a[x] + [x+۱]\right) = -a$ (۰/۲۵) $\rightarrow -۲a - ۱ = -a \rightarrow a = -۱$ (۰/۲۵)
۷	الف) ۰ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to۴} \frac{(\sqrt{x}-۲)(\sqrt{x}+۲)}{(x-۴)(\sqrt{x}+۲)} = \lim_{x\to۴} \frac{x-۴}{(x-۴)(\sqrt{x}+۲)} = \frac{۱}{۴}$ (۰/۵) ج) $۳ + \lim_{x\to۰} \frac{x(x+۱)}{x} = ۳ + ۱ = ۴$ (۰/۵) د) $\lim_{x\to۲}\left(\frac{x+۲-۴}{x^۲-۴}\right) = \lim_{x\to۲} \frac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)} = \frac{۱}{۴}$ (۰/۵) هـ) $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{۱+Cos x}{۱-Sin x} = \frac{۱}{۰^+} = +\infty$ (۰/۵)

ادامه در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/ ۰۲
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

۸

$1-x^2>0 \rightarrow -1<x<1 \rightarrow D=(-1,1)$ (۰/۲۵)

$\lim_{x\to -1^+} y=+\infty \Rightarrow$ قائم مجانب $x=-1$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to 1^-} y=+\infty \Rightarrow$ قائم مجانب $x=1$ (۰/۲۵)

۹

$f(1)=2a+1$ پیوستگی شرط $f(1)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$

$\lim_{x\to 1^-} f(x)=2+b$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to 1^+} f(x)=-2$ (۰/۲۵) $2a+1=2+b=-2 \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$ (۰/۲۵) و $b=-4$ (۰/۲۵)

۱۰

الف) $y'=\frac{3x^2+2}{5\sqrt[5]{(x^2+2x)^4}}$ (۰/۵)

ب) $y'=3(2-5x)^4+4(2-5x)^3(-5)(3x-4)$ (۰/۷۵)

ج) $y'=6\sin^2 x\cos x-4\sin 4x$ (۰/۵)

۱۱

$B\begin{vmatrix}\alpha\\ \alpha^2+2\end{vmatrix}$ (۰/۲۵) $y'=2x \rightarrow \underset{\text{مماس در B}}{m}=2\alpha$ (۰/۲۵)

$y-(\alpha^2+2)=2\alpha(x-\alpha) \rightarrow -\alpha^2-2=-2\alpha^2 \rightarrow \alpha^2=2$ (۰/۲۵)

$\alpha=\sqrt{2},-\sqrt{2}$ و $y=mx \rightarrow y=-2x\sqrt{2}$ (۰/۲۵) , $y=2x\sqrt{2}$ (۰/۲۵)

۱۲

$y=\frac{(a+2)x^2+x(-4a+b)-4b}{x-4} \rightarrow a+2=0 \rightarrow \boxed{a=-2}$ (۰/۲۵)

$x\to\pm\infty \Rightarrow y=\frac{-4a+b}{1}=8+b$

$y\to\pm\infty \Rightarrow x-4=0 \rightarrow x=4$

$\rightarrow \omega\begin{vmatrix}4\\ 8+b\end{vmatrix}$ (۰/۵)

$8+b=2\times 4 \rightarrow b=0$ (۰/۲۵)

۱۳

(۰/۲۵) $\begin{cases}y'=3ax^2+2bx+c \rightarrow 0=0+0+c \rightarrow c=0 & (۰/۲۵)\\ y''=6ax+2b \rightarrow 0=6a+2b \rightarrow 3a+b=0 & (۰/۲۵)\end{cases}$ $\begin{cases}3a+b=0\\ a+b=-2\end{cases}$ $a=1$ و $b=-3$ (۰/۲۵)

$2=0+0+0+d \rightarrow d=2$ (۰/۲۵)

$0=a+b+2 \rightarrow a+b=-2$

۱۴

$2\cos^2 x-1-\cos x+1=0$ (۰/۲۵) $\cos x(2\cos x-1)=0$ (۰/۲۵)

$\cos x=0 \rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵) $\cos x=\frac{1}{2} \rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ (۰/۲۵)

ادامه در صفحه سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح، سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/ ۰۲
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش وارزشیابی تحصیلی متوسطه

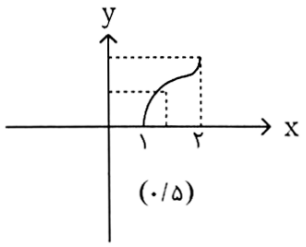
۱۵

$0 \le \sqrt{x-1} \le 1 \rightarrow 0 \le x-1 \le 1 \rightarrow 1 \le x \le 2$ (۰/۲۵)

$x = 1 \rightarrow y = 0$ $\quad y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}\sqrt{1-(x-1)}} > 0$ $\quad x = 1 \rightarrow y' = \infty$

$x = 2 \rightarrow y = \dfrac{\pi}{2}$ $\quad x = 2 \rightarrow y' = \infty$

(۰/۲۵)



(۰/۵)

x	۱	$\frac{۳}{۲}$	۲
y′	∞	|	∞
y	۰ ↗	$\frac{\pi}{۴}$	↗ $\frac{\pi}{۲}$

(۰/۲۵)

۱۶

$x^2 + y^2 = 5$

$y = \sqrt{5 - x^2}$

$f(x) = \text{محیط} = 2(2x + y) = 2(2x + \sqrt{5 - x^2})$

(۰/۲۵)

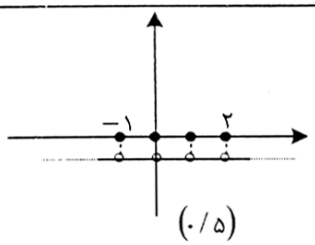
$f'(x) = 2\left(2 - \dfrac{2x}{2\sqrt{5 - x^2}}\right) = 0$ (۰/۲۵)

$x = 2 \quad , \quad y = 1$ (۰/۲۵)

ابعاد مستطیل ۱ و ۴ است .

(۰/۲۵)

۱۷



(۰/۵)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in z \\ -1 & x \notin z \end{cases}$$

$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{2} f(x)dx = -1-1-1 = -3$$ (۰/۷۵)

www.alm.loxblog.com